Курсовая работа по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

**Входные данные**: выборка ***X***, подчиняющаяся распределению из варианта.

1. Провести исследование распределения из варианта: история его появления, его назначение, применение в научных исследованиях. Для каждого факта необходимо привести ссылку, оформленную по ГОСТ, на научную публикацию.
2. Знакомство с jupyter notebook.
   1. Установить интерпретатор языка Python, согласно инструкции, указанной на официальном сайте (<https://www.python.org/>) для операционной системы.  
      *В качестве дополнительного задания дальнейшие действия можно проводить в отдельно созданном виртуальном окружении (через virtualenv).*
   2. Установить среду интерактивной разработки jupyter notebook (<https://jupyter.org/>).
   3. Открыть среду интерактивной разработки, в открывшемся окне создать новый Notebook.
   4. Выполнить считывание выборки ***X*** из файла варианта с помощью стандартных средств языка Python.
   5. Написать функции для вычисления статистик выборки ***X*** из варианта (без использования готовых функций):
      1. сумма элементов выборки;
      2. выборочное среднее;
      3. медиана;
      4. мода;
      5. размах выборки;
      6. смещенная дисперсия;
      7. несмещенная дисперсия;
      8. выборочный начальный момент k-ого порядка (k подается как аргумент функции вместе с выборкой);
      9. выборочный центральный момент k-го порядка (k подается как аргумент функции вместе с выборкой);
   6. Выполнить функции, занести результаты в отчет. В качестве значений k для выборочных начального и центрального моментов можно взять любой, кроме первого и второго.
3. Понятие эмпирической функции распределения.
   1. Занести в отчет определение эмпирической функции распределения и алгоритм ее построения.
   2. Написать функцию для построения эмпирической функции распределения на языке Python (без использования готовых реализаций).
   3. Сделать случайные подвыборки размера 10, 100, 200 элементов из выборки X.
   4. Для каждой из подвыборок построить эмпирическую функцию распределения и соответствующий этой функции график. Построенный график должен содержать наименование, подпись осей, легенду.
   5. Построенные графики занести в отчет.
   6. Сделать вывод о виде эмпирической функции распределения:
      1. насколько она похожа на теоретическую функцию распределения из варианта?
      2. какие можно сделать предположения о параметрах распределения?
4. Понятие гистограммы:
   1. Занести в отчет определение гистограммы и алгоритм ее построения.
   2. Написать функцию для построения гистограммы на языке Python (без использования готовых реализаций).
   3. Сделать случайные подвыборки размера 10, 100, 200 элементов из выборки X.
   4. Для каждой из подвыборок построить гистограмму и соответствующий график. Построенный график должен содержать наименование, подпись осей, легенду.
   5. Построенные графики занести в отчет.
   6. Сделать вывод о виде гистограммы:
      1. насколько она соответствует распределению из варианта?
      2. какие можно сделать предположения о параметрах распределения?
5. Описание параметров распределения:
   1. Определить вид теоретической функции распределения из варианта, включающей в себя все заданные в варианте параметры.
   2. Занести формулу для вычисления теоретической функции распределения в отчет.
   3. Занести в отчет описание каждого из параметров распределения.
   4. Написать функцию построения теоретической функции распределения для распределения из варианта. Аргументами написанной функции должны быть параметры распределения.
   5. Выполнить построение графика теоретической функции распределения со случайно заданными параметрами распределения.
   6. Оценить, как изменяется график теоретической функции распределения при изменении параметров распределения. Чтобы это оценить для каждого неизвестного параметра распределения выполнить следующие шаги:
      1. фиксируются все неизвестные параметры распределения кроме одного;
      2. для незафиксированного параметра выбрать два сильно отличающихся друг от друга значения;
      3. для выбранных значений построить теоретические функции распределения и визуально оценить, чем они отличаются.
   7. Занести в отчет построенные графики и выводы о влиянии каждого параметра распределения на вид теоретической функции распределения.
6. Понятие точечных оценок.
   1. Оценить параметры распределения выборки методом моментов.
   2. Оценить параметры распределения выборки методом максимального правдоподобия.
   3. Привести и обосновать свойства полученных оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность, R-эффективность.
   4. На одном графике построить:
      1. теоретическую функцию распределения с оценками параметров распределения, найденными методом моментов;
      2. теоретическую функцию распределения с оценками параметров распределения, найденными методом максимального правдоподобия;
      3. эмпирическую функцию распределения (по всей выборке).

Построенный график должен содержать наименование, подпись осей, легенду.

* 1. Занести соответствующие вычисления и график в отчет.
  2. Сделать вывод о значении оценок параметров распределения и схожести эмпирической и теоретических функций распределения.

1. Понятие интервальных оценок.
   1. Оценить параметры распределения выборки с помощью интервальной оценки с уровнями доверия
   2. Занести соответствующие вычисления в отчет.
   3. Сделать вывод о близости значений интервальных и точечных оценок.
2. Понятие статистических критериев.
   1. Гипотезы о параметрах распределениях.
      1. Построить наиболее мощный критерий для проверки нулевой гипотезы вида для каждого параметра распределения . Здесь оценка параметра распределения , полученная в результате применения метода моментов (), метода максимального правдоподобия ().

В качестве уровня значимости принять .

* + 1. Вычислить ошибки 1-го и 2-го рода.
    2. Занести соответствующие вычисления в отчет.
    3. Сделать вывод о результате работы критерия.
  1. Гипотезы о виде распределения.
     1. Используя критерий Колмогорова и критерий , проверить гипотезу о принадлежности выборки распределению из варианта.

Примечание: в качестве уровня значимости принять .

* + 1. Занести соответствующие вычисления в отчет.
    2. Сделать вывод о результате работы критериев.
  1. Гипотезы об однородности выборок.
     1. Провести поиск распределений, близких по виду к распределению из варианта. Утвердить вид найденного распределения у преподавателя.
     2. Методом обратного преобразования сгенерировать выборку из распределения .
     3. Построить критерий для проверки гипотезы вида: против альтернативы . Вид критерия утвердить у преподавателя.

Примечание: в качестве уровня значимости принять .

* + 1. Оценить мощность критерия.
    2. Занести соответствующие вычисления в отчет.
    3. Сделать вывод о результате работы выбранного критерия.